



„EUROELEKTRA”
Ogólnopolska Olimpiada Wiedzy Elektrycznej i Elektronicznej
Rok szkolny 2015/2016

Zadania z elektrotechniki na zawody III stopnia
Rozwiązania

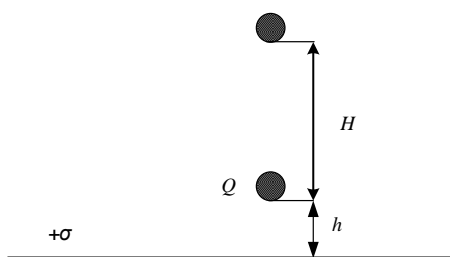
Instrukcja dla zdającego

1. Czas trwania zawodów: 120 minut.
2. III stopień olimpiady zawiera 5 zadań otwartych.
3. Należy podać poprawną odpowiedź wraz tokiem rozwiązania.
4. Za każdą prawidłową odpowiedź uzyskuje się maksymalnie 10 punktów. Maksymalna liczba punktów za 5 zadań do zdobycia to 50 punktów.
5. Można korzystać z przyborów do pisania, rozdawanych kart czystopisu i brudnopisu, kalkulatorów i tablic matematycznych. Korzystanie z notebooków, telefonów komórkowych itp. jest zabronione.

Życzymy powodzenia!

Zadanie 1.

Kulka o ładunku Q zostaje umieszczona na wysokości $H+h$ nad naładowaną płaszczyzną o gęstości ładunku $+\sigma$. Obliczyć masę kulki, jeżeli wiadomo, że na wysokości h nad płaszczyzną kulka osiągnęła prędkość v w czasie $t > \sqrt{\frac{2H}{g}}$.



Rozwiązanie:

Gdyby działała tylko grawitacja to czas pokonania drogi H wyniósłby $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$. Jeżeli czas ten jest dłuższy to znaczy że siła pola elektrycznego musi być przeciwna sile grawitacyjnej czyli kulka jest naładowana również dodatnio. Dalej do zadania można podejść energetycznie. Przyjmując na poziomie h zerowy poziom energii potencjalnej możemy napisać że praca wykonana na drodze H jest równa energii końcowej:

$$(mg - F_e) = \frac{mv^2}{2} \quad \text{stąd} \quad m = \frac{F_e H}{gH - \frac{v^2}{2}} \quad F_e \text{ siła oddziaływania pola elektrycznego od płyty jest}$$

stała, gdyż zakłada się, iż pole elektryczne od równomiernie naładowanej nieskończonej płaszczyzny jest jednorodne i równe: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$.

Wynik ten otrzymuje się z prawa Gaussa $\iint_S D \cdot ds = S_{elem} \sigma$, ale można go uzyskać ze wzoru na pojemność kondensatora płaskiego lub po prostu pamiętać.

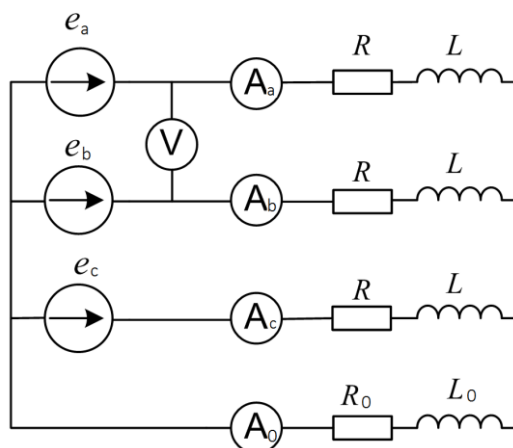
Podstawiając za $F_e = QE$ otrzymujemy ostatecznie wynik: $m = \frac{Q\sigma H}{\epsilon_0(2gH - v^2)}$. Identyczny

wynik uzyskamy stosując podejście kinematyczne.

Zadanie 2.

Wyznaczyć wskazania elektromagnetycznych przyrządów pomiarowych w symetrycznym układzie trójfazowym pokazanym na rysunku.

Dane: $e_a(t) = 230 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(314 \cdot t) + 80 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(942 \cdot t)$ V, $R = 36 \Omega$, $L = 30$ mH, $R_0 = 0,50 \Omega$, $L_0 = 2,0$ mH.



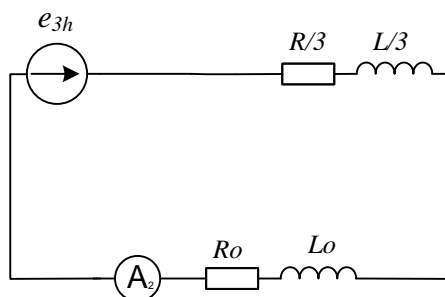
Rozwiązanie:

Ponieważ trzecia harmoniczna w napięciu międzyfazowym nie występuje woltomierz pokazuje wartość $U_v = 230\sqrt{3}$ V

Amperomierze A1 ze względu na symetrię pokazują tę samą wartość: $I = \sqrt{I_{1h}^2 + I_{3h}^2}$

gdzie pierwszą harmoniczną obliczamy: $I_{1h} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = 6,181$. Ponieważ trzeciej

harmonicznej e_{a3h} , e_{b3h} , e_{c3h} są w fazie to po odcięciu przewodu zerowego można na podstawie tw. Thevenina obwód sprowadzić do postaci:



Obliczony prąd dla tego obwodu przy pulsacji 3ω wyniósł: $I_2 = 4,747$ stąd prądy trzeciej

harmonicznej we wszystkich fazach wynoszą: $I_{3h} = \frac{1}{3} I_2 = 1,582$ a stąd wskazanie

amperomierza A1 wynosi: $I = \sqrt{I_{1h}^2 + I_{3h}^2} = 6,38$ A

Odpowiedź: wskazanie woltomierza : $U_v = 230\sqrt{3}$ V

wskazanie amperomierza $A_1 = I = \sqrt{I_{1h}^2 + I_{3h}^2} = 6,38$ A

wskazanie amperomierza $A_2 = I_2 = 4,747$ A

Zadanie 3.

Silnik asynchroniczny o poślizgu krytycznym $s_k = 2,0$ i momencie rozruchowym $M_r = 40$ N·m jest sprzężony na sztywno z urządzeniem o charakterystyce oporowej:

$$M_{op} = 0,3 \cdot M_r \cdot (1 + 0,8 \cdot \omega / \omega_s),$$

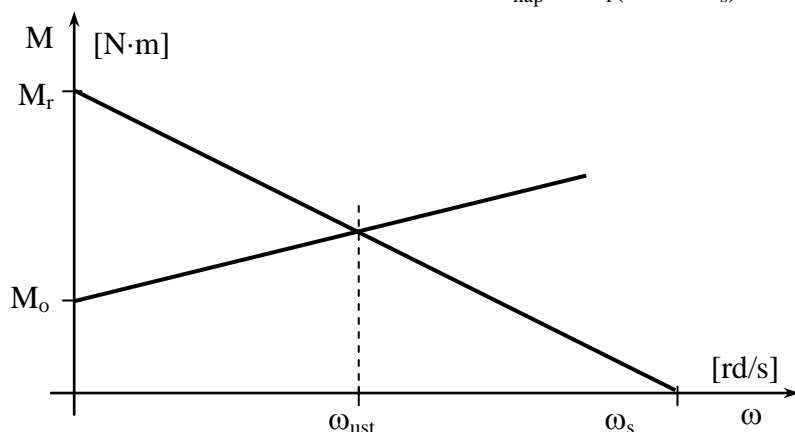
gdzie: ω - prędkość kątowna silnika, ω_s - prędkość kątowna synchroniczna silnika.

Uzwojenie stojana o dwóch parach biegunów połączono w gwiazdę i zasilano z polskiej sieci energetycznej. Wyznacz przyspieszenie kątowe wirnika ε w początkowej chwili rozruchu silnika oraz po osiągnięciu przez silnik połowy prędkości ustalonej, jeżeli moment bezwładności całego zespołu wynosi $5,0$ kg·m². Pomiń elektromagnetyczne procesy przejściowe w silniku.

Rozwiązanie:

Ponieważ poślizg krytyczny jest znacznie większy od jedności charakterystyka momentu elektrodynamicznego (napędowego) w zakresie pracy silnikowej maszyny asynchronicznej będzie liniowa:

$$M_{nap} = M_r(1 - \omega / \omega_s)$$



Równanie ruchu obrotowego zgodnie z II zasadą dynamiki Newtona:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{nap} - M_{op} = M_r \left(1 - \frac{\omega}{\omega_s} \right) - 0,3 M_r \left(1 + \frac{0,8\omega}{\omega_s} \right) = (0,7 M_r) - (1,48 M_r) \frac{\omega}{\omega_s}$$

Po rozdzieleniu zmiennych otrzymujemy równanie:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{(0,7 M_r) \cdot \omega_s - (1,48 M_r) \cdot \omega}{J \cdot \omega_s}$$

W pierwszym momencie rozruchu $\omega = 0$ a więc przyspieszenie

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{(0,7 M_r)}{J} = 0,7 \cdot 40 / 5 = 5,6 \text{ rad/s}^2$$

Prędkość ustalona wystąpi dla $M_{nap} = M_{op}$ i wyniesie: $\omega_{ust} = 0,473 \omega_s$

a jej połowa $0,5 \omega_{ust} = 0,2365 \omega_s$

Przyspieszenie przy tej prędkości wyniesie:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{(0,7 M_r) \cdot \omega_s - (1,48 M_r) \cdot 0,2365 \omega_s}{J \cdot \omega_s} = (0,7 \cdot 40 - 1,48 \cdot 40 \cdot 0,2365) / 5 = 2,8 \text{ rad/s}^2$$

Przyspieszenie w momencie startu będzie wynosiło $5,6 \text{ rad/s}^2$ a przy połowie prędkości ustalonej $2,8 \text{ rad/s}^2$

Można oczywiście zauważyć, że zależność przyspieszenia od prędkości wału jest liniowa i dla połowy prędkości przyspieszenie ma wartość połowy początkowego.

Zadanie 4.

Wał 3-fazowej prądnicy synchronicznej, połączonej na sztywno z bryłą obrotową o momencie bezwładności $J = 160 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, wiruje z prędkością $n = 3000 \text{ obr/min}$. Prąd wzbudzenia prądnicy wynosi 95% maksymalnego prądu wzbudzenia, a napięcie na jej zaciskach $U_p = 400 \text{ V}$. Prądnicę obciążono mocą $S = 10 \text{ kV}\cdot\text{A}$ przy indukcyjnym współczynniku mocy $\cos \varphi_{\text{ind}} = 0,88$ przez przekształtnik częstotliwości, którego minimalne napięcie zasilania wynosi $0,8U_p$. Przyjąć, że prądnica jest nienasycona, a jej średnia sprawność w czasie obciążania wynosi $\eta = 95\%$. Moment bezwładności wirnika prądnicy jest do pominięcia. Oszacować, jak długo prądnica może zasilać odbiorniki.

Rozwiązanie:

Prądnica zasila odbiorniki mocą czynną wykorzystując energię zgromadzoną w bryle wirującej:

$$E = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$$

gdzie:

J – moment bezwładności [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$]

ω – prędkość kątowna [rad/s]

Obliczamy moc mechaniczną pobieraną przez prądnicę w czasie pracy na obciążenie:

$$P_m = \frac{1}{\eta} \cdot S \cdot \cos \varphi = (1/0,95) \cdot 10 \cdot 0,88 = 9,26 \text{ [kW]}$$

W miarę upływu czasu prędkość obrotowa prądnicy maleje i proporcjonalnie SEM indukowana w uzwojeniu twornika $E = C_E \Phi \omega$, początkowo spadek ω jest kompensowany wzrostem $\Phi \equiv I_f$ i napięcie na zaciskach pozostaje stałe. Po osiągnięciu przez I_f wartości $I_{f\text{max}}$ napięcie spada aż do $0,8U_p$ gdy przekształtnik przestaje prawidłowo pracować i zostaje wyłączony.

$\omega_0 = 2\pi \cdot f_0 = 2\pi \cdot 50 = 314 \text{ rad/s}$ – prędkość kątowna początkowa

$\omega_{I\text{fmax}} = 0,95\omega_0$ – prędkość kątowna przy maksymalnym prądzie wzbudzenia ($U_p = \text{const}$)

$\omega_k = 0,8 \cdot 0,95 \omega_0 = 0,76\omega_0 = 238,6 \text{ rad/s}$ – prędkość kątowna przy minimalnym napięciu akceptowanym przez przekształtnik, $U_{\text{min}} = 0,8U_p$

Energia pobrana z bryły wirującej w czasie Δt zasilania odbiorników jest równa:

$$\Delta E = \Delta t \cdot P_m = \frac{J \cdot (\omega_0^2 - \omega_k^2)}{2}$$

Maksymalny czas zasilania odbiorników Δt_{max} związany z maksymalnym spadkiem napięcia:

$$\Delta t_{\text{max}} = \frac{J \cdot (\omega_0^2 - \omega_k^2)}{2 \cdot P_m}$$

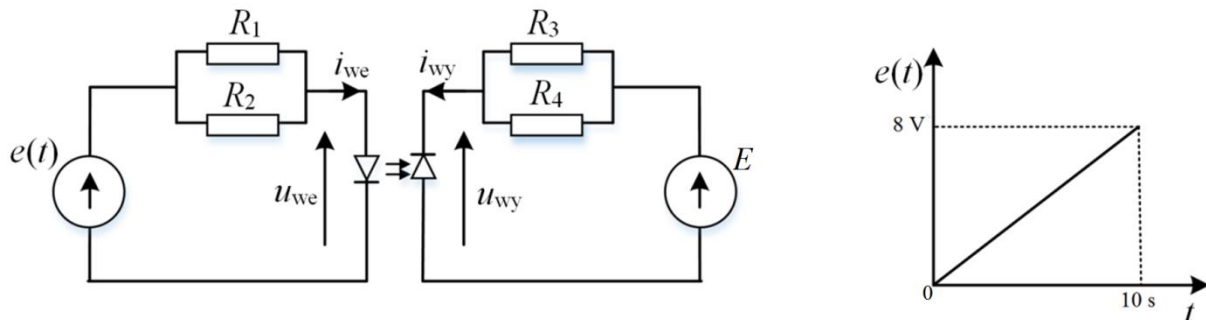
$$\Delta t_{\text{max}} = 160 \cdot (314^2 - 238,6^2) / (2 \cdot 9,26 \cdot 10^3) = 160 \cdot (98596 - 56930) / 18520 = 359,97 \text{ s}$$

$$\Delta t_{\text{max}} = 6 \text{ minut}$$

Prądnica będzie zasilała odbiorniki przez 6 minut.

Zadanie 5.

Narysować przebieg napięcia $u_{wy}(t)$ odpowiadający przebiegowi napięcia wejściowego $e(t)$ w układzie przedstawionym na rysunku, jeżeli wzmacnienie prądowe transoptora wynosi $K_i = 0,10 \text{ A/A}$, $E = 10 \text{ V}$, $R_1 = 30 \Omega$, $R_2 = 60 \Omega$, $R_3 = 2,0 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 2,0 \text{ k}\Omega$. Należy założyć, że rzeczywista charakterystyka wejściowa transoptora $i_{we} = f(u_{we})$ może być aproksymowana charakterystyką odcinkowo-liniową o napięciu progowym $U_p = 2,0 \text{ V}$ i o nachyleniu $\frac{\Delta u}{\Delta i} = 50 \Omega$.



Rozwiązanie:

Napięcie wyjściowe dla powyższego układu opisane jest zależnością:

$$u_{wy} = E - i_{wy} \cdot R_{34}$$

z kolei współczynnik wzmacnienia transoptora wynosi $K_i = \frac{i_{wy}}{i_{we}}$ stąd $i_{wy} = K_i \cdot i_{we}$

W związku z tym, że napięcie progowe diody $U_p = 2 \text{ V}$ to:

Dla $e(t) \leq U_p$ prąd wejściowy $i_{we} = 0$ oraz podstawiając wartość tego prądu do wzoru (1) $U_{wy} = E$

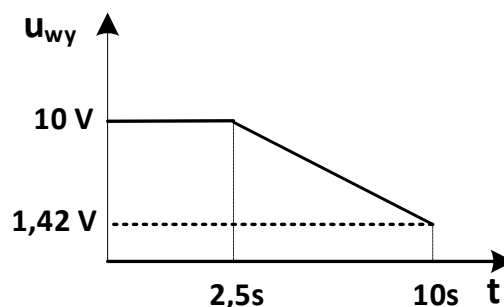
Dla $e(t) > U_p$

$$i_{we}(t) = \frac{e(t) - U_p}{R_{12} \cdot \frac{\Delta u}{\Delta i}}$$

Wracając do wzoru (1) otrzymujemy:

$$u_{wy}(t) = E - K_i \cdot R_{34} \cdot \frac{e(t) - U_p}{R_{12} + \frac{\Delta u}{\Delta i}}$$

Dodatkowo z przebiegu napięcia wejściowego $e(t)$ czas odpowiadający wartości napięcia U_p można obliczyć korzystając z funkcji liniowej o równaniu $y=ax$. Czas ten wynosi 2,5s.



Opracowali:

dr inż. Kalina Detka
dr inż. Piotr Jankowski
dr inż. Roman Kostyszyn

Sprawdził:

dr inż. Mirosław Miszewski

Zatwierdził:

Przewodniczący Rady Naukowej Olimpiady
dr hab. inż. Sławomir Cieślak, prof. UTP