

# EUROELEKTRA

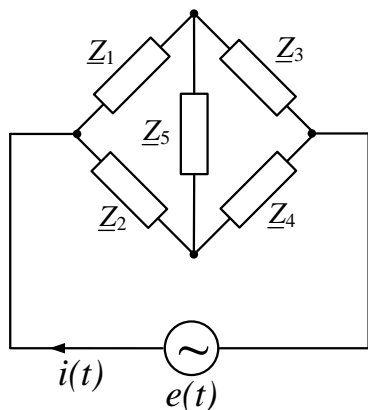
## Ogólnopolska Olimpiada Wiedzy Elektrycznej i Elektronicznej

### Rok szkolny 2014/2015

#### Zadania z elektrotechniki na zawody II stopnia (grupa elektryczna)

##### Zadanie 1

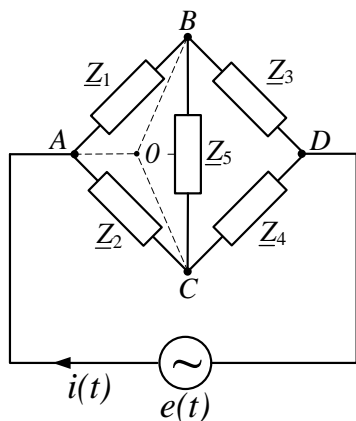
W układzie jak na rysunku 1 dane są:  $e(t) = \sqrt{2} \cdot 110 \sin \omega t$ ,  $\underline{Z}_1 = 8 \, \Omega$ ,  $\underline{Z}_2 = 7 \, \Omega$ ,  $\underline{Z}_3 = (12 + j 10) \, \Omega$ ,  $\underline{Z}_4 = (2 - j 10) \, \Omega$ ,  $\underline{Z}_5 = 10 \, \Omega$ . Wyznaczyć przebieg czasowy prądu  $i(t)$ .



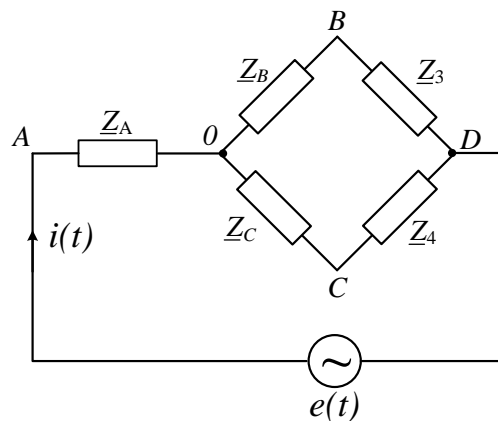
Rys. 1.

##### Rozwiązanie zadania 1

Układ połączeń w trójkąt impedancji  $\underline{Z}_1$ ,  $\underline{Z}_2$ ,  $\underline{Z}_5$  zastępujemy równoważnym układem połączeń w gwiazdę  $\underline{Z}_A$ ,  $\underline{Z}_B$ ,  $\underline{Z}_C$  (rys. 1.1 oraz rys. 1.2)



Rys. 1.1.



Rys. 1.2.

Obliczamy wartości impedancji równoważnej gwiazdy:

$$\underline{Z}_A = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_5} = \frac{8 \cdot 7}{8 + 7 + 10} = 2,24 \, \Omega \quad (1)$$

$$\underline{Z}_B = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_5}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_5} = \frac{8 \cdot 10}{8 + 7 + 10} = 3,2 \, \Omega \quad (2)$$

$$\underline{Z}_C = \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_5}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_5} = \frac{7 \cdot 10}{8 + 7 + 10} = 2,8 \, \Omega \quad (3)$$

Impedancja między punktami 0-D wynosi

$$\underline{Z}_{0-D} = \frac{(\underline{Z}_B + \underline{Z}_3)(\underline{Z}_C + \underline{Z}_4)}{\underline{Z}_B + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_C + \underline{Z}_4} = \frac{(3,2 + 12 + j10)(2,8 + 2 - j10)}{3,2 + 12 + j10 + 2,8 + 2 - j10} = (8,6 - j5,2) \Omega \quad (4)$$

Impedancja zastępcza obwodu (rys. 1.2) wynosi:

$$\underline{Z}_{A-D} = \underline{Z}_A + \underline{Z}_{0-D} = 2,24 + 8,6 - j5,2 = (10,84 - j5,2) \Omega \quad (5)$$

Maksymalny prąd pobierany z sieci obliczamy z zależności:

$$I_m = \frac{E_m}{Z_{A-D}} = \frac{E_m}{\sqrt{R_{A-D}^2 + X_{A-D}^2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 110}{\sqrt{10,84^2 + 5,2^2}} = \sqrt{2} \cdot 9,2 \text{ A} \quad (6)$$

Kąt przesunięcia między wektorami prądu  $\underline{I}$  oraz napięcia  $\underline{E}$  wynosi:

$$\varphi = \arccos \frac{R_{A-D}}{Z_{A-D}} = \arccos \frac{10,84}{\sqrt{10,84^2 + 5,2^2}} = 26^\circ \quad (7)$$

Obwód ma charakter R-C, więc prąd wyprzedza napięcie o kąt  $26^\circ$ . Przebieg prądu przedstawia funkcja:

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot 9,2 \sin\left(\omega t + \frac{26}{180}\pi\right) \quad (8)$$

## Zadanie 2

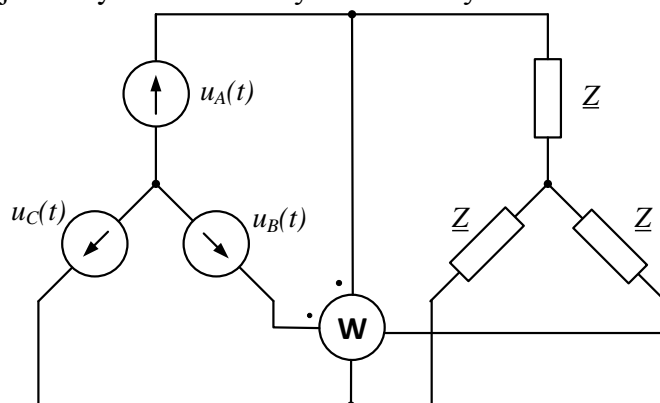
Do symetrycznej sieci trójfazowej skojarzonej w gwiazdę o napięciach:

$$u_A(t) = \sqrt{2} \cdot 230 \cdot \sin(\omega \cdot t) \text{ V},$$

$$u_B(t) = \sqrt{2} \cdot 230 \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \text{ V},$$

$$u_C(t) = \sqrt{2} \cdot 230 \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right) \text{ V},$$

przyłączono odbiornik trójfazowy symetryczny połączony w gwiazdę (rys. 2) o impedancji  $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z} = (60 + j80) \Omega$ . Obliczyć wskazania watomierza W włączonego w obwód jak na rysunku 2. Ile wynosi moc czynna i bierna całego układu ?



Rys. 2.

## Rozwiązanie zadania 2

Cewka prądowa watomierza jest włączona w fazie „B” – przez watomierz płynie prąd fazowy  $I_B$ . Wartość skuteczna tego prądu wynosi:

$$I_B = \frac{U_B}{Z} = \frac{U_B}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{230}{\sqrt{60^2 + 80^2}} = 2,3 \text{ A} \quad (1)$$

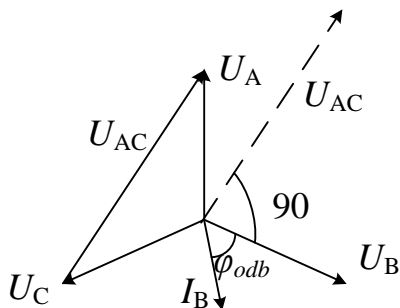
Cewka napięciowa watomierza jest przyłączona na napięcie międzyfazowe  $U_{AC}$ , którego wartość skuteczna wynosi

$$U_{AC} = \sqrt{3}U_A = \sqrt{3} \cdot 230 = 400 \text{ V} \quad (2)$$

Kąt przesunięcia pomiędzy napięciem a prądem odbiornika w jednej fazie wynosi (z trójkąta impedancji):

$$\varphi_{odb} = \arccos \frac{R}{Z} = \arccos \frac{60}{100} = 53^\circ \quad (3)$$

Wyznaczamy kąt  $\alpha$  pomiędzy wektorem napięcia  $U_{AC}$  i wektorem prądu  $I_B$ , na podstawie wykresu wskazowego (rys.2.1):



Rys. 2.1.

$$\alpha = 90^\circ + 53^\circ = 143^\circ \quad (4)$$

Wskazanie watomierza W wynosi:

$$P_W = U_{AC} I_B \cos \alpha = 400 \cdot 2,3 \cdot \cos 143^\circ = -735 \text{ W} \quad (5)$$

Znak „-” oznacza, że aby watomierz wychylił się „w prawo” należy zamienić początek i koniec cewki prądowej.

Układ trójfazowy jest symetryczny. Moc czynna układu wynosi:

$$P = 3I_f^2 R_f = 3 \cdot 2,3^2 \cdot 60 = 952 \text{ W} \quad (6)$$

natomiast moc bierna:

$$Q = 3I_f^2 X_f = 3 \cdot 2,3^2 \cdot 80 = 1270 \text{ var} \quad (7)$$

### Zadanie 3

Transformator jednofazowy ma następujące dane znamionowe:  $S_N = 5,0 \text{ kVA}$ ,  $U_{1N} = 400 \text{ V}$ ,  $U_{2N} = 110 \text{ V}$ , napięcie zwarcia  $u_z = 4,5\%$ , straty w uzwojeniach  $\Delta P_{Cu} = 150 \text{ W}$  przy obciążeniu prądem znamionowym, prąd stanu jałowego  $I_0 = 9,0\%$ , straty mocy w stanie jałowym  $\Delta P_0 = 60 \text{ W}$ . Rezystancja uzwojenia strony pierwotnej transformatora wynosi  $R_{Cu1} = 0,48 \Omega$ , natomiast strony wtórnej  $R_{Cu2} = 0,036 \Omega$ . Obie rezystancje wyznaczone są przy temperaturze  $75^\circ\text{C}$ . W trakcie remontu transformatora, zmniejszono przekrój przewodu nawojowego po stronie pierwotnej o 20%, a po stronie wtórnej o 10%. Należy obliczyć prąd, który płynie w uzwojeniach transformatora po remoncie, jeżeli wiadomo, że wartość strat w uzwojeniach równa jest znamionowym stratom mocy w uzwojeniach przed przezwojeniem transformatora. Należy przyjąć, że długość przewodu i liczba zwojów nie ulega zmianie, a temperatura uzwojeń jest równa  $75^\circ\text{C}$ , czyli temperaturze uzwojeń, przy której wyznaczono znamionowe straty mocy w uzwojeniach.

### Rozwiązanie zadania 3

Zmniejszenie przekroju przewodu nawojowego powoduje, że rezystancja uzwojeń zwiększy się:

- obliczamy rezystancję uzwojenia strony pierwotnej transformatora:

$$R_{Cu1}^* = R_{Cu1} \frac{S_1}{S_1^*} = \frac{S_1}{0,8 S_1} = \frac{10}{8} R_{Cu1} \quad (1)$$

- obliczamy rezystancję uzwojenia strony wtórnej transformatora:

$$R_{Cu2}^* = R_{Cu2} \frac{S_2}{S_2^*} = \frac{S_2}{0,9 S_2} = \frac{10}{9} R_{Cu2} \quad (2)$$

Prąd znamionowy transformatora wynosi:

$$I_{1N} = \frac{S_N}{U_{1N}} = \frac{5000}{400} = 12,5 \text{ A} \quad I_{2N} = \frac{S_N}{U_{2N}} = \frac{5000}{110} = 45,5 \text{ A} \quad (3)$$

Straty w uzwojeniach transformatora obliczamy z zależności:

$$\begin{aligned} \Delta P_{Cu} &= \Delta P_{Cu1} + \Delta P_{Cu2} = I_1^2 R_{Cu1} + I_2^2 R_{Cu2} = I_1^2 R_{Cu1} + \left( \frac{U_{1N}}{U_{2N}} I_1 \right)^2 R_{Cu2} = \\ &= I_1^2 \left( R_{Cu1} + \left( \frac{U_{1N}}{U_{2N}} \right)^2 R_{Cu2} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

Ponieważ:

$$\frac{\Delta P_{Cu}^*}{\Delta P_{Cu}} = \frac{I_1^{*2} \left( \frac{10}{8} R_{Cu1} + \left( \frac{U_{1N}}{U_{2N}} \right)^2 \frac{10}{9} R_{Cu2} \right)}{I_{1N}^2 \left( R_{Cu1} + \left( \frac{U_{1N}}{U_{2N}} \right)^2 R_{Cu2} \right)} = 1 \quad (5)$$

to prąd strony pierwotnej będzie równy:

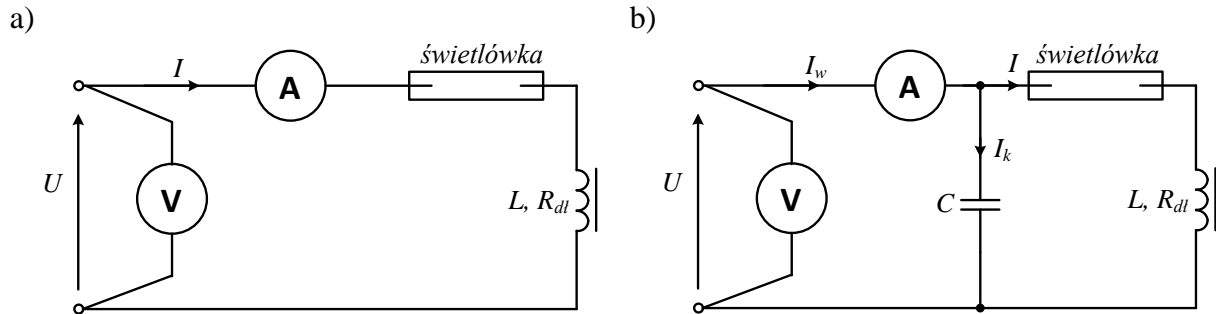
$$\begin{aligned} I_1^* &= I_{1N} \sqrt{\frac{\left( R_{Cu1} + \left( \frac{U_{1N}}{U_{2N}} \right)^2 R_{Cu2} \right)}{\left( \frac{10}{8} R_{Cu1} + \left( \frac{U_{1N}}{U_{2N}} \right)^2 \frac{10}{9} R_{Cu2} \right)}} = 12,5 \sqrt{\frac{0,48 + \left( \frac{400}{110} \right)^2 \cdot 0,036}{\frac{10}{8} \cdot 0,48 + \left( \frac{400}{110} \right)^2 \cdot \frac{10}{9} \cdot 0,036}} = \\ &= 11,5 \text{ A} \end{aligned} \quad (6)$$

Prąd strony wtórnej:

$$I_2 = \frac{U_{1N}}{U_{2N}} I_1 = \frac{400}{110} \cdot 11,5 = 41,8 \text{ A} \quad (7)$$

#### Zadanie 4

Światłómkę o poborze mocy 40 W włączono w szereg z dławikiem ograniczającym na napięcie 220 V (50 Hz) (rys. 3) i stwierdzono, że prąd pobierany z sieci wynosi 0,38 A. Moc tracona w dławiku wynosi 9,0 W. Należy obliczyć współczynnik mocy światłówki z dławikiem, indukcyjność dławika, pojemność kondensatora potrzebnego do poprawienia współczynnika mocy do wartości  $\cos \varphi_w = 0,950$  ( $\operatorname{tg} \varphi_w = 0,329$ ) oraz prąd pobierany z sieci po kompensacji i prąd płynący przez kondensator. Dla uproszczenia można założyć, że światłówka zachowuje się jak rezystor.



Rys. 3. Układ połączeń światłówki a) bez poprawiania współczynnika mocy, b) z kondensatorem do poprawiania współczynnika mocy

#### Rozwiązanie zadania 4

Współczynnik mocy przed kompensacją:

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{40 + 9}{220 \cdot 0,38} = 0,583 \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \left( \arccos \left( \frac{P}{UI} \right) \right) = \operatorname{tg} (\arccos(0,583)) = 1,385 \quad (2)$$

Pojemność kondensatora:

$$C = \frac{Q_k}{\omega U^2} = \frac{P(\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi_w)}{2\pi f U^2} = \frac{49 \cdot (1,385 - 0,328)}{2 \cdot 50 \cdot \pi \cdot 220^2} = 3,4 \cdot 10^{-6} F = 3,4 \mu F \quad (3)$$

Przyjmując, że światłówka zachowuje się jak rezystor, obliczamy napięcie na światłóвке:

$$U_{sw} = \frac{P}{I} = \frac{40}{0,38} = 105 V \quad (4)$$

Napięcie na rezystancji dławika:

$$U_R = \frac{P_{dl}}{I} = \frac{9}{0,38} = 24 V \quad (5)$$

Napięcie na indukcyjności dławika

$$U_L = \sqrt{U^2 - (U_{sw} + U_R)^2} = \sqrt{220^2 - 129^2} = 178 V \quad (6)$$

Napięcie na dławiku:

$$U_L = \sqrt{178^2 + 24^2} = 180 V \quad (7)$$

Indukcyjność dławika:

$$L = \frac{U_L}{2\pi f I} = \frac{178}{2\pi \cdot 50 \cdot 0,38} = 1,49 H \quad (8)$$

Prąd pobierany z sieci po kompensacji:

$$I_w = \frac{P}{U \cos \varphi_w} = \frac{49}{220 \cdot 0,95} = 0,234 \text{ A} \quad (9)$$

Prąd płynący przez kondensator

$$I_k = 2\pi f C U = 2\pi \cdot 50 \cdot 3,4 \cdot 10^{-6} \cdot 220 = 0,235 \text{ A} \quad (10)$$

### Zadanie 5

Moc żarówki 100 W/110 V jest zmieniana za pomocą regulacji kąta zapłonu tyrystora zasilanego z prostownika jednopołówkowego sterowanego napięciem zmiennym  $U = E_n$  o wartości skutecznej 110 V (za pośrednictwem autotransformatora 220 V/110 V).

a) Jakie wartości skuteczne napięcia i prądu występują w obwodzie w przypadku kąta zapłonu  $\theta_F = 0^\circ$ . Wartość stosunku napięcia skutecznego do napięcia maksymalnego przy kącie  $\theta_F = 0^\circ$  przyjąć równą 0,5.

b) Jakie są wartości średnie napięcia na żarówce zmierzonego woltomierzem prądu stałego i prądu płynącego przez żarówkę zmierzonego amperomierzem prądu stałego w przypadku kąta  $\theta_F = 0^\circ$ . Wartość stosunku napięcia średniego do napięcia maksymalnego przy kącie  $\theta_F = 0^\circ$  przyjąć równą 0,318.

c) Jaka moc cieplna wydzielą się w żarówce w przypadku kąta  $\theta_F = 0^\circ$ .

W celu uproszczenia obliczeń przyjąć, iż rezystancja żarówki ma stałą wartość.

### Rozwiązanie zadania 5

a) Obliczamy wartość napięcia maksymalnego żarówki:

$$E_m = \sqrt{2} \cdot E_n = \sqrt{2} \cdot 110 \text{ V} = 156 \text{ V} \quad (1)$$

Wartość napięcia skutecznego wynosi:

$$E_{sk} = 0,5 \cdot E_m = 0,5 \cdot 156 = 78 \text{ V} \quad (2)$$

Rezystancję żarówki można wyznaczyć równania:

$$R_L = \frac{U^2}{P} = \frac{110^2}{100} = 121 \, \Omega \quad (3)$$

W związku z tym:

$$I_{sk} = \frac{E_{sk}}{R_L} = \frac{78}{121} = 0,64 \text{ A} \quad (4)$$

$$I_m = \frac{E_m}{R_L} = \frac{156}{121} = 1,29 \text{ A}$$

b) Obliczamy wartość średnią napięcia żarówki:

$$E_{sr} = 0,318 \cdot E_m = 0,318 \cdot 156 = 49,6 \text{ V} \quad (5)$$

Prąd średni płynący przez żarówkę będzie miał wartość:

$$I_{sr} = \frac{E_{sr}}{R_L} = \frac{49,6}{121} = 0,41 \text{ A} \quad (6)$$

c) W przypadku przebiegu sinusoidalnego wyprostowanego dwupołówkowo w warunkach pełnego przewodzenia moc skuteczna wynosi 100 W. W przypadku przebiegu jednopołówkowego przy kącie  $\theta_F = 0^\circ$  moc wynosi połowę mocy przebiegu dwupołówkowego, czyli 50 W.