



**„EUROELEKTRA”**  
**Ogólnopolska Olimpiada Wiedzy Elektrycznej i Elektronicznej**  
**Rok szkolny 2020/2021**

**Zadania z elektrotechniki na zawody II stopnia**  
**z rozwiązaniami**

**Instrukcja dla zdającego**

1. Czas trwania zawodów: 120 minut.
2. II stopień Olimpiady zawiera 5 zadań otwartych.
3. Należy podać poprawną odpowiedź wraz z tokiem rozwiązania.
4. Za każdą prawidłową odpowiedź uzyskuje się maksymalnie 10 punktów. Maksymalna liczba punktów do zdobycia za 5 zadań to 50 punktów.
5. Można korzystać z przyborów do pisania, rozdawanych kart czystopisu i brudnopisu, kalkulatorów i tablic matematycznych. Korzystanie z notebooków, tabletów, telefonów komórkowych, smartfonów, smartwatchy, kalkulatorów programowalnych, itp. jest zabronione.

**Życzymy powodzenia!**

**Zadanie 1**

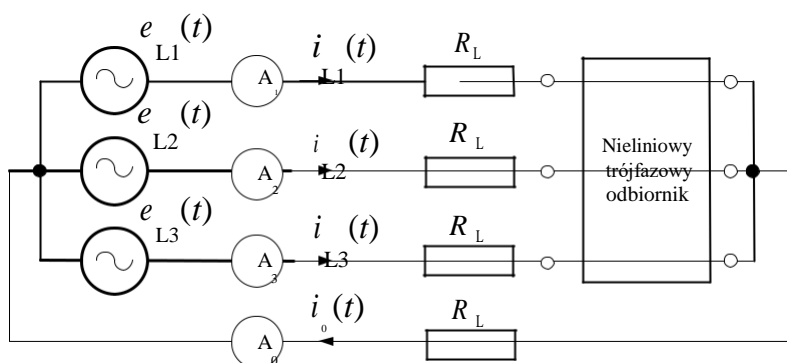
Nieliniowy odbiornik trójfazowy skojarzony w gwiazdę podłączono przewodem elektrycznym do idealnego trójfazowego źródła napięcia. Na rysunku 1 przedstawiono schemat zastępczy tego układu. Zastosowano kabel typu YKY 4x10 mm<sup>2</sup>, długość przewodu równa jest 100 m. W poszczególnych fazach zasilających odbiornik zarejestrowano następujące przebiegi natężenia prądów:

$$i_{L1}(t) = (15,0 \cdot \sin(314 \cdot t) + 5,0 \cdot \sin(3 \cdot 314 \cdot t)) \text{ A},$$

$$i_{L2}(t) = (15,0 \cdot \sin(314 \cdot t - 2 \cdot \pi/3) + 5,0 \cdot \sin(3 \cdot 314 \cdot t)) \text{ A},$$

$$i_{L3}(t) = (15,0 \cdot \sin(314 \cdot t + 2 \cdot \pi/3) + 5,0 \cdot \sin(3 \cdot 314 \cdot t)) \text{ A}.$$

Należy obliczyć wskazania idealnych amperomierzy oraz wyznaczyć sumaryczną moc strat energii elektrycznej w przewodzie.



Rys. 1

Dodatkowe informacje: konduktywność aluminium równa się 34 MS/m; konduktywność miedzi równa się 58 MS/m.

### Rozwiązanie

Z treści zadania wiadomo, że należy wyznaczyć wskazania amperomierzy a podane są przebiegi natężenia prądów w poszczególnych fazach zasilających odbiornik. W tym celu należy wyznaczyć wartość zespoloną natężenia prądu w każdej fazie dla każdej harmonicznej.

Obliczenia dla pierwszej harmonicznej

$$\underline{I}_{L1}^{(1)} = \frac{15}{\sqrt{2}} e^{0j} = 10,607 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{L2}^{(1)} = \frac{15}{\sqrt{2}} e^{-\frac{2\pi}{3}j} = (-5,3033 - 9,1856j) \text{ A}$$

$$\underline{I}_{L3}^{(1)} = \frac{15}{\sqrt{2}} e^{\frac{2\pi}{3}j} = (-5,3033 + 9,1856j) \text{ A}$$

$$\underline{I}_0^{(1)} = \underline{I}_{L1}^{(1)} + \underline{I}_{L2}^{(1)} + \underline{I}_{L3}^{(1)} = 10,607 - 5,3033 - 9,1856j - 5,3033 + 9,1856j = 0,0 \text{ A}$$

Obliczenia dla trzeciej harmonicznej

$$\underline{I}_{L1}^{(3)} = \frac{5}{\sqrt{2}} e^{0j} = 3,5355 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{L2}^{(3)} = \frac{5}{\sqrt{2}} e^{0j} = 3,5355 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{L3}^{(3)} = \frac{5}{\sqrt{2}} e^{0j} = 3,5355 \text{ A}$$

$$\underline{I}_0^{(3)} = \underline{I}_{L1}^{(3)} + \underline{I}_{L2}^{(3)} + \underline{I}_{L3}^{(3)} = 3,5355 + 3,5355 + 3,5355 = 10,607 \text{ A}$$

Wartość jaką wskażą amperomierze wyznacza się z zależności:

$$I_{A1} = \sqrt{\left(\underline{I}_{L1}^{(1)}\right)^2 + \left(\underline{I}_{L1}^{(3)}\right)^2} = \sqrt{10,607^2 + 3,5355^2} = 11,180 \text{ A}$$

$$I_{A2} = \sqrt{\left(\underline{I}_{L1}^{(1)}\right)^2 + \left(\underline{I}_{L1}^{(3)}\right)^2} = \sqrt{10,607^2 + 3,5355^2} = 11,180 \text{ A}$$

$$I_{A3} = \sqrt{\left(\underline{I}_{L1}^{(1)}\right)^2 + \left(\underline{I}_{L1}^{(3)}\right)^2} = \sqrt{10,607^2 + 3,5355^2} = 11,180 \text{ A}$$

$$I_{A0} = \sqrt{\left(\underline{I}_0^{(1)}\right)^2 + \left(\underline{I}_0^{(3)}\right)^2} = \sqrt{0^2 + 10,607^2} = 10,607 \text{ A}$$

W drugiej części zadania należało wyznaczyć straty mocy w linii zasilającej nieliniowy odbiornik. W celu wyznaczenia tych strat należało na początku wyznaczyć rezystancję linii kablowej typu YKY 4x10 mm<sup>2</sup> o długości  $l = 100 \text{ m}$ .

Na podstawie oznaczenia typu linii kablowej YKY wiadomo, że żyła linii kablowej została wykonana z miedzi, więc konduktywność miedzi wynosi  $\gamma = 58 \text{ MS/m}$ . Przekrój poprzeczny wynosi  $s = 10 \text{ mm}^2$ . W tych informacji można wyznaczyć rezystancję pojedynczej żyły:

$$R_L = \frac{l}{\gamma \cdot s} = \frac{100}{58 \cdot 10} = 0,1724 \Omega$$

Straty mocy w pojedynczej żyłce można wyznaczyć z zależności

$$\Delta P_{L1} = I_{A1}^2 \cdot R_L = 11,180^2 \cdot 0,1724 = 21,549 \text{ W}$$

$$\Delta P_{L2} = I_{A2}^2 \cdot R_L = 11,180^2 \cdot 0,1724 = 21,549 \text{ W}$$

$$\Delta P_{L3} = I_{A3}^2 \cdot R_L = 11,180^2 \cdot 0,1724 = 21,549 \text{ W}$$

$$\Delta P_0 = I_{A0}^2 \cdot R_L = 10,607^2 \cdot 0,1724 = 19,396 \text{ W}$$

Całkowite straty w linii zasilającej odbiornik nieliniowy można wyznaczyć z zależności

$$\Delta P_0 = \Delta P_{L1} + \Delta P_{L2} + \Delta P_{L3} + \Delta P_0 = 21,549 + 21,549 + 21,549 + 19,396 = 84,0517 \text{ W}$$

### Odpowiedź:

Amperomierze elektromagnetyczne wskażą wartości  $I_{A1} = 11,2 \text{ A}$ ,  $I_{A2} = 11,2 \text{ A}$ ,  $I_{A3} = 11,3 \text{ A}$ ,  $I_{A0} = 10,6 \text{ A}$ . Sumaryczne straty w przewodzie wynoszą  $84,0 \text{ W}$ .

## Zadanie 2

Trójfazowa prądnica synchroniczna cylindryczna o danych znamionowych:  $S_n = 125 \text{ MVA}$ ,  $U_n = 15,75 \text{ kV}$ ,  $f_n = 50,0 \text{ Hz}$ ,  $\cos \varphi = 0,900 \text{ ind.}$ ,  $X_d = 3,89 \Omega$ ,  $I_{wn} = 800 \text{ A}$ ,  $E_{wn} = 23,3 \text{ kV}$ , pracuje na sieć sztywną (napięcia na zaciskach stojana prądnicy  $U_s = U_n$  i  $f_s = f_n$ ). Pomijając rezystancję twornika i zakładając liniowość charakterystyki magnesowania (prądnica nienasycona) należy wyznaczyć prąd wzbudzenia  $I_w$  oraz prąd obciążenia  $I_{obc}$ , dla przypadku kiedy prądnica pracuje z mocą czynną  $P = 100,0 \text{ MW}$  przy współczynniku mocy  $\cos \varphi = 1,0$ .

## Rozwiązanie

SEM w maszynie synchronicznej  $E_w$  jest wprost proporcjonalna do prądu wzbudzenia  $I_w$  jak i prędkości obrotowej maszyny  $n$ . Zależność na SEM ma postać

$$E_w = c \cdot I_w \cdot n$$

W warunkach znamionowych SEM wyznacza się z zależności

$$E_{wn} = c \cdot I_{wn} \cdot n_n$$

Dzieląc stronami obydwa równania otrzymuje się wyrażenie

$$\frac{E_w}{E_{wn}} = \frac{I_w}{I_{wn}} \cdot \frac{n}{n_n}$$

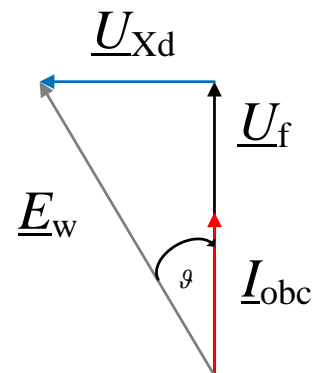
Prądnica pracuje na sieć sztywną i częstotliwość w stanach statycznych można przyjąć, że jest stała i nie zmienia się w przypadku, kiedy prądnica oddaje do sieci inną moc niż znamionowa, więc powyższe równanie ma postać:

$$\frac{E_w}{E_{wn}} = \frac{I_w}{I_{wn}}$$

Po przekształceniu otrzymujemy równanie na prąd wzbudzenia w przypadku, kiedy prądnica oddaje do sieci moc  $P = 100,0 \text{ MW}$

$$I_w = \frac{E_w}{E_{wn}} \cdot I_{wn}$$

W zależności na  $I_w$  wielkością niewiadomą jest napięcie indukowane  $E_w$ . Można je wyznaczyć na podstawie znajomości wykresu wskazowego prądnicy synchronicznej cylindrycznej oddającej do sieci tylko moc czynną.



Korzystając z twierdzenia Pitagorasa można wyznaczyć napięcie indukowane  $E_w$

$$E_w = \sqrt{U_f^2 + (X_d \cdot I_{obc})^2}$$

Z treści zadania wiemy, że napięcie na zaciskach generatora równe jest znamionowemu, więc powyższa zależność przyjmuje następującą postać:

$$E_w = \sqrt{U_f^2 + (X_d \cdot I_{obc})^2} = \sqrt{\left(\frac{U_n}{\sqrt{3}}\right)^2 + (X_d \cdot I_{obc})^2}$$

Z analizy zależności widać, że do wyznaczenia napięcia indukowanego  $E_w$  potrzebna jest wartość natężenia prądu, jednakże można ją obliczyć, gdyż z treści zadania wiadomo, że prądnica pracuje z mocą czynną  $P = 100,0 \text{ MW}$  przy współczynniku mocy  $\cos \varphi = 1,0$ .

$$I_{obc} = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi} = \frac{100000}{\sqrt{3} \cdot 15,75 \cdot 1,0} = 3665,7 \text{ A}$$

Następnie podstawiamy wyznaczoną wartość do wzoru na wyznaczenia napięcia indukowanego  $E_w$

$$E_w = \sqrt{\left(\frac{15750}{\sqrt{3}}\right)^2 + (3,89 \cdot 3665,7)^2} = 16912,3 \text{ V}$$

Prąd wzbudzenia w przypadku, kiedy prądnica oddaje do sieci moc  $P = 100,0 \text{ MW}$  przy współczynniku mocy  $\cos\varphi = 1,0$  wynosi

$$I_w = \frac{16,912}{23,3} \cdot 800 = 580,67 \text{ A}$$

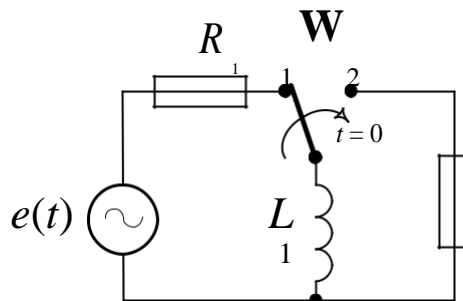
### Odpowiedź:

W przypadku, kiedy prądnica pracuje z mocą czynną  $P = 100,0 \text{ MW}$  przy współczynniku mocy  $\cos\varphi = 1,0$  prąd wzbudzenia  $I_w$  będzie wynosił 582 A a prąd obciążenia  $I_{obc}$  będzie wynosił 3,67 kA.

### Zadanie 3

W obwodzie elektrycznym, którego schemat zastępczy przedstawiono na rysunku 2, w chwili  $t = 0$  łącznik oznaczony symbolem **W** zmienił swoją pozycję z 1 na 2. Przed zmianą pozycji łącznika w obwodzie panował stan ustalony. Należy wyznaczyć wartość napięcia na idealnej cewce  $u_L(0^+)$ , w chwili tuż po zmianie pozycji łącznika.

Dane są:  $e(t) = 100 \cdot \sin(314 \cdot t + \pi/2) \text{ V}$ ,  $R_1 = 31,4 \text{ } \Omega$ ;  $R_2 = 100 \text{ } \Omega$ ;  $L = 100 \text{ mH}$ ;



Rys. 2

### Rozwiązanie

Z treści zadania wiadomo, że przed zmianą pozycji łącznika oznaczonego symbolem **W** panował stan ustalony, co pozwala na wyznaczenie przebiegu natężenia prądu płynącego przez cewkę.

Dane z treści zadania

$$\underline{E} = \frac{100}{\sqrt{2}} e^{\frac{\pi}{2}j} = (70,711 \cdot j) \text{ V}$$

$$\omega = 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$R_1 = 31,4 \text{ } \Omega;$$

$$R_2 = 100 \text{ } \Omega;$$

$$X_L = \omega \cdot L = 314 \cdot 0,1 = 31,4 \text{ } \Omega$$

$$\text{Impedancja obwodu: } Z = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{31,4^2 + 31,4^2} = 44,406 \text{ } \Omega$$

$$\text{Kąt obciążenia } \varphi = \arctg\left(\frac{X_L}{R_1}\right) = \arctg\left(\frac{31,4}{31,4}\right) = \frac{\pi}{4}$$

Wartość skuteczna natężenie prądu w stanie ustalonym:

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{E}}{Z \cdot e^{j\varphi}} = \frac{\frac{100}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{4}}}{44,406 \cdot e^{j\frac{\pi}{4}}} = 1,5924 \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} \text{ A}$$

Przebieg natężenia prądu płynącego cewkę w analizowanym obwodzie w stanie ustalonym:

$$i_L(t) = 1,5924 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(314 \cdot t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ A}$$

Z prawa komutacji wynika, że natężenie prądu płynącego przez cewkę nie może się zmienić skokowo, zatem musi zachodzić następująca zależność w chwili  $t = 0$ :

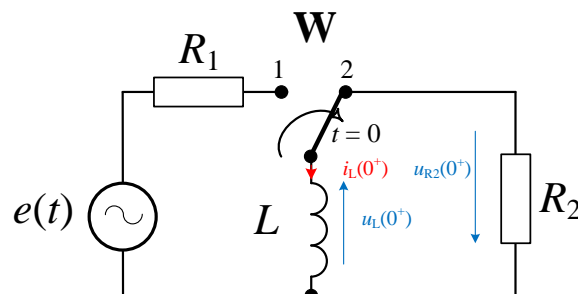
$$i_L(0^-) = i_L(0^+)$$

gdzie:  $t = 0^-$  oznacza moment poprzedzający komutację,  $t = 0^+$  oznacza moment bezpośrednio po komutacji.

Znając przebieg natężenia prądu płynącego cewkę w analizowanym obwodzie w stanie ustalonym można wyznaczyć wartość chwilową dla czasu  $t = 0$

$$i_L(0) = i_L(0^-) = 1,5924 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(314 \cdot 0 + \frac{\pi}{4}\right) = 1,5924 \text{ A}$$

Z prawa komutacji wynika, że wartość natężenia prądu płynącego cewkę tuż po zmianie pozycji przełącznika z pozycji 1 na 2 będzie wynosiła  $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1,5924 \text{ A}$ . Obwód elektryczny po zmianie przełącznika oznaczonego symbolem **W** z pozycji 1 na 2 przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2 Schemat analizowanego obwodu elektrycznego po zmianie przełącznika **W**

Znając wartość natężenia prądu płynącego cewkę tuż po zmianie pozycji przełącznika z pozycji 1 na 2 można określić wartość napięcia na cewce  $u_L(0^+)$ . Z drugiego prawa Kirchhoffa można zapisać następujące równanie:

$$\begin{aligned} u_L(0^+) + u_{R2}(0^+) &= 0 \\ u_L(0^+) &= -u_{R2}(0^+) \\ u_L(0^+) &= -i_L(0^+) \cdot R_2 \\ u_L(0^+) &= -1,5924 \cdot 100 = -159,24 \text{ V} \end{aligned}$$

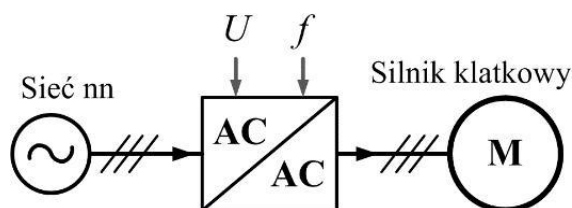
### Odpowiedź:

Wartość napięcia na idealnej cewce w chwili tuż po zmianie pozycji łącznika  $u_L(0^+)$  będzie wynosiło -159,2 V.

### Zadanie 4

Indukcyjny silnik klatkowy o dwóch parach biegunów i przeciążalności  $\lambda = 2,6$  charakteryzuje się następującymi parametrami znamionowymi:  $U_n = 400 \text{ V} / 50 \text{ Hz}$ ,  $P_n = 1,1 \text{ kW}$ ,  $n_n = 1440 \text{ obr/min}$ . Wał silnika obciążono stałym momentem równym znamionowemu  $M_n$ . Silnik podłączono do przekształtnika AC/AC (rys. 3), za pośrednictwem którego dokonano rozruchu, zadając parametry zasilania równe znamionowym. Po pewnym czasie zmieniono parametry zasilania silnika, obniżając

zarówno napięcie, jak i częstotliwość zasilania o 40%. Obliczyć nową prędkość obrotową rozwijaną przez silnik.



Rys. 3

### Rozwiązanie

Dane:

W warunkach znamionowych:  $U_n = 400 \text{ V}$ ;  $f_n = 50,0 \text{ Hz}$ ;  $P_n = 1,1 \text{ kW}$ ;  $n_n = 1440 \text{ obr/min}$ ;

Liczba par biegunów:  $p = 2$ ; przeciążalność silnika  $\lambda = M_{kn}/M_n = 2,6$ .

Szukane:

-  $n'$  – prędkość obrotowa w nowych warunkach zasilania, pod tym samym obciążeniem mechanicznym.

Wprowadźmy dodatkowo oznaczenia:

- $n_n$  – prędkość znamionowa
- $n_{1n}$  – znamionowa prędkość synchroniczna
- $s_n$  – poślizg znamionowy
- $s_{kn}$  – znamionowy poślizg krytyczny
- $s_k'$  – poślizg krytyczny w nowych warunkach zasilania
- $s'$  – poślizg w nowych warunkach zasilania pod danym obciążeniem
- $K$  – krotność napięcia i częstotliwości w stosunku do znamionowej
- $U'$  – napięcie w nowych warunkach zasilania
- $f'$  – częstotliwość w nowych warunkach zasilania.

Napięcie i częstotliwość obniżono o 40% względem znamionowych, zatem wprowadzona krotność wynosi:

$$K = 1 - 0,4 = 0,6$$

Wówczas można zapisać:

$$U' = K \cdot U_n \qquad f' = K \cdot f_n$$

Poszukiwaną prędkość obrotową można opisać zależnością:

$$n' = \frac{60 \cdot f'}{p} (1 - s')$$

gdzie  $s'$  jest niewiadomą. Ponieważ poślizg zależy od częstotliwości w potęgze minus pierwszej, to:

$$\left. \begin{array}{l} s_{kn} \sim \frac{1}{f_n} \\ s_k' \sim \frac{1}{f'} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{s_{kn}}{s_k'} = \frac{f'}{f_n} \Rightarrow s_k' = s_{kn} \frac{f_n}{f'} = s_{kn} \frac{f_n}{K \cdot f_n} = \frac{s_{kn}}{K}$$

$$s_k' = \frac{s_{kn}}{K}$$

Z przekształconego wzoru Klossa wiadomo, że:

$$s_n = s_k \cdot (\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 1}) \quad \text{oraz} \quad s_k = s_n \cdot (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1})$$

Ponieważ w rozpatrywanym zadaniu silnik jest obciążony stałym momentem równym znamionowemu, a jednakowa zmiana napięcia i częstotliwości zasilania ( $U/f = \text{const.}$ ) determinuje stałość momentu krytycznego, to:

$$s' = s'_k \cdot (\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 1})$$

Z definicji poślizgu:

$$s_n = \frac{n_{1n} - n_n}{n_{1n}}$$

Prędkości synchroniczna wynosi zawsze:

$$n_1 = \frac{60 \cdot f}{p}$$

Podstawiając kolejne zależności do zapisanego wyżej wzoru na poszukiwaną prędkość  $n'$  otrzymuje się:

$$\begin{aligned} n' &= \frac{60 \cdot f'}{p} (1 - s') = \\ &= \frac{60 \cdot K \cdot f_n}{p} \left( 1 - s'_k \cdot (\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 1}) \right) = \\ &= \frac{60 \cdot K \cdot f_n}{p} \left( 1 - \frac{s_k}{K} \cdot (\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 1}) \right) = \\ &= \frac{60 \cdot K \cdot f_n}{p} \left( 1 - \frac{s_n \cdot (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1})}{K} \cdot (\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 1}) \right) = \\ &= \frac{60 \cdot K \cdot f_n}{p} \left( 1 - \frac{1}{K} \cdot \frac{n_{1n} - n_n}{n_{1n}} \cdot (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}) \cdot (\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 1}) \right) = \\ &= \frac{60 \cdot K \cdot f_n}{p} \left( 1 - \frac{\frac{60 \cdot f_n}{p} - n_n}{K \cdot \frac{60 \cdot f_n}{p}} \cdot (\lambda^2 - (\lambda^2 - 1)) \right) = \\ &= \frac{60 \cdot K \cdot f_n}{p} \left( 1 - \frac{\frac{60 \cdot f_n}{p} - n_n}{\frac{60 \cdot f_n \cdot K}{p}} \cdot (\lambda^2 - \lambda^2 + 1) \right) = \\ &= \frac{60 \cdot K \cdot f_n}{p} \left( 1 - \frac{\frac{60 \cdot f_n}{p} - n_n}{\frac{60 \cdot K \cdot f_n}{p}} \right) = \\ &= K \cdot \frac{60 \cdot f_n}{p} - \frac{60 \cdot f_n}{p} + n_n = \\ &= \frac{60 \cdot f_n}{p} (K - 1) + n_n = \\ &= n_n - \frac{60 \cdot f_n}{p} (1 - K) \end{aligned}$$

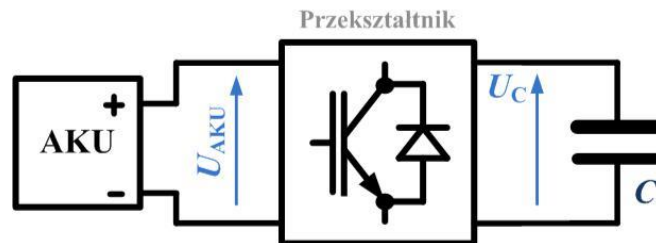
Przy zaproponowanym podejściu przeciążalność  $\lambda$  skraca się, nie jest zatem niezbędna do rozwiązania postawionego problemu.

Podstawiając wartości liczbowe:

$$n' = 1440 \frac{\text{obr}}{\text{min}} - \frac{60 \frac{\text{s}}{\text{min}} \cdot 50 \text{ Hz}}{2} (1 - 0,6) = 840 \frac{\text{obr}}{\text{min}}$$

### Zadanie 5

Do przekształtnika DC/DC podłączono naładowany akumulator (rys. 4) o napięciu znamionowym 12 V i ładunku 4 Ah. Do zacisków wyjściowych przekształtnika podłączono kondensator (o liniowej charakterystyce prądowo-napięciowej) o pojemności 2,2 F naładowany wstępnie do napięcia 4,0 V. Przekształtnik, pobierając energię z akumulatora, doładował kondensator do napięcia 56 V w czasie 8,0 s, po czym automatycznie wyłączył się. Sprawność przekształtnika wynosiła 0,97. Oblicz średnią moc wyjściową ładowania kondensatora oraz ilość ładunku doprowadzonego przez przekształtnik do kondensatora.



Rys. 4

Dane:

$$U_{AKU} = 12 \text{ V}; C = 2,2 \text{ F}; U_{Cp} = 4 \text{ V}, U_{Ck} = 56 \text{ V}, T = 8 \text{ s}.$$

Dane nadmiarowe (nieistotne):

$$Q_{AKU} = 4 \text{ Ah} (= 14,4 \text{ kC}); \eta = 0,98.$$

Szukane:

- $P_{AV}$  – średnia moc procesu ładowania w opisanych warunkach;
- $Q$  – ładunek dostarczony przez przekształtnik do kondensatora.

Wprowadźmy dodatkowo oznaczenia:

- $E_{Cp}$  – energia początkowa zgromadzona w kondensatorze;
- $E_{Ck}$  – energia końcowa zgromadzona w kondensatorze;
- $E$  – ilość energii przesłanej do kondensatora w procesie ładowania;
- $Q_p$  – ładunek początkowy, zgromadzony w kondensatorze przed jego doładowaniem;
- $Q_k$  – całkowity ładunek zgromadzony w kondensatorze po zakończeniu procesu ładowania.

Naładowany do początkowego napięcia kondensator gromadzi w polu elektrycznym energię równą:

$$E_{Cp} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_{Cp}^2$$

Po doładowaniu kondensatora przez przekształtnik, zgromadzi energię:

$$E_{Ck} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_{Ck}^2$$

Zatem energia doprowadzona do kondensatora w procesie ładowania wynosi:

$$E = E_{Ck} - E_{Cp}$$

Znając czas trwania procesu ładowania, średnia moc ładowania wynosi:

$$P_{AV} = \frac{E}{T} = \frac{E_{Ck} - E_{Cp}}{T} = \frac{\frac{1}{2} \cdot C \cdot U_{Ck}^2 - \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_{Cp}^2}{T} = \frac{C \cdot (U_{Ck}^2 - U_{Cp}^2)}{2 \cdot T}$$



Należy zauważyć, że operujemy na wielkościach fizycznych za przekształtnikiem, toteż jego sprawność nie jest istotna z punktu widzenia postawionego problemu!

Podstawiając dane liczbowe otrzymuje się:

$$P_{AV} = \frac{2,2 F \cdot ((56 V)^2 - (4 V)^2)}{2 \cdot 8 s} = \frac{2,2 \cdot (3136 - 16)}{16} = \frac{6864}{16} = 429 [W]$$

Z kolei ładunek zgromadzony w kondensatorze, kolejno przed i po procesie ładowania wynosi:

$$Q_p = C \cdot U_{cp}$$

$$Q_k = C \cdot U_{ck}$$

Ładunek dostarczony przez przekształtnik to różnica powyższych, zatem:

$$Q = Q_k - Q_p = C \cdot U_{ck} - C \cdot U_{cp} = C \cdot (U_{ck} - U_{cp})$$

Podstawiając dane liczbowe otrzymuje się:

$$Q = 2,2 F \cdot (56 V - 4 V) = 2,2 \cdot 52 = 114,4 [C]$$

O ile jednostką ładunku w układzie SI jest kulomb, to ze względu na treść zadania, ładunek można wyrazić również w amperogodzinach. Wiedząc, że  $1 Ah = 3600 C$ , poprawne jest również podanie wyniku jako:

$$Q = \frac{114,4 C}{3600 \frac{C}{Ah}} = 31,78 mAh$$

<b>Opracowali:</b> dr hab. inż. Sławomir Cieślik, prof. UTP dr inż. Zbigniew Kłosowski mgr inż. Piotr Grugel	<b>Sprawdził:</b> dr hab. inż. Sławomir Cieślik, prof. UTP	<b>Zatwierdził:</b> Przewodniczący Rady Naukowej Olimpiady dr hab. inż. Sławomir Cieślik, prof. UTP
--	---	--