

### Zadanie 1

Do rozruchu trójfazowego silnika asynchronicznego (indukcyjnego) klatkowego zastosowano przełącznik gwiazda-trójkąt. Obliczyć natężenie prądu rozruchowego i moment rozruchowy silnika. Wykreślić charakterystykę mechaniczną silnika  $M = M(s)$  przy połączeniu uzwojeń w gwiazdę i trójkąt. Zachowując proporcje momentów, na charakterystyce zaznaczyć i opisać trzy punkty charakterystyczne dla poślizgów: znamionowego  $s_n$ , krytycznego  $s_k$  i rozruchowego  $s_r$ . Porównać wartości natężenia prądu rozruchowego i momentu rozruchowego z przełącznikiem gwiazda-trójkąt i bez przełącznika. Wskazać zalety i wady zastosowania tego przełącznika do rozruchu silników asynchronicznych klatkowych.

Dane znamionowe silnika: moc  $P_n = 10 \text{ kW}$ , napięcie  $U_n = 400 \text{ V}$  ( $\Delta$ ), prędkość  $n_n = 960 \text{ obr/min}$ , sprawność  $\eta_n = 88\%$ , współczynnik mocy  $\cos \varphi_n = 0,75$ , natężenie prądu rozruchowego  $I_m = 104 \text{ A}$  ( $\Delta$ ), względna przeciążalność momentem  $m_{kn} = 2,0$ .

W obliczeniach należy przyjąć, że parametry schematu zastępczego silnika nie zmieniają się.

### Rozwiązanie zadania 1

Do wyznaczania charakterystyki mechanicznej silnika asynchronicznego, zależności momentu mechanicznego w funkcji poślizgu  $M = M(s)$ , stosuje się wzór Klossa

$$M = \frac{2 \cdot M_m}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}} \quad \text{lub} \quad \frac{M}{M_m} = \frac{2}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}}. \quad (1.1)$$

Aby wyznaczyć poślizg krytyczny  $s_k$ , przyjmuje się, że:  $M = M_n$ ,  $s = s_n$  i przeciążalność momentem  $m_{kn} = \frac{M_m}{M_n} = 2,0$ . Następnie ze wzoru (1.1) wyznacza się zależność na poślizg krytyczny (nie może być mniejszy od  $s_n$ )

$$s_k = s_n \left( m_{kn} + \sqrt{m_{kn}^2 - 1} \right). \quad (1.2)$$

Poślizg znamionowy wyznacza się z zależności

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s}. \quad (1.3)$$

Zatem wartość poślizgu krytycznego wynosi

$$s_k = \frac{n_s - n_n}{n_s} \cdot \left( m_{kn} + \sqrt{m_{kn}^2 - 1} \right) = \frac{1000 - 960}{1000} \cdot \left( 2,0 + \sqrt{2,0^2 - 1} \right) = 0,1493. \quad (1.4)$$

Wartość znamionowa momentu, w przypadku połączenia uzwojeń w gwiazdę, wynosi

$$M_n = 9,55 \cdot \frac{P_n}{n_n} = 9,55 \cdot \frac{10 \cdot 10^3}{960} = 99,48 \text{ Nm}. \quad (1.5)$$

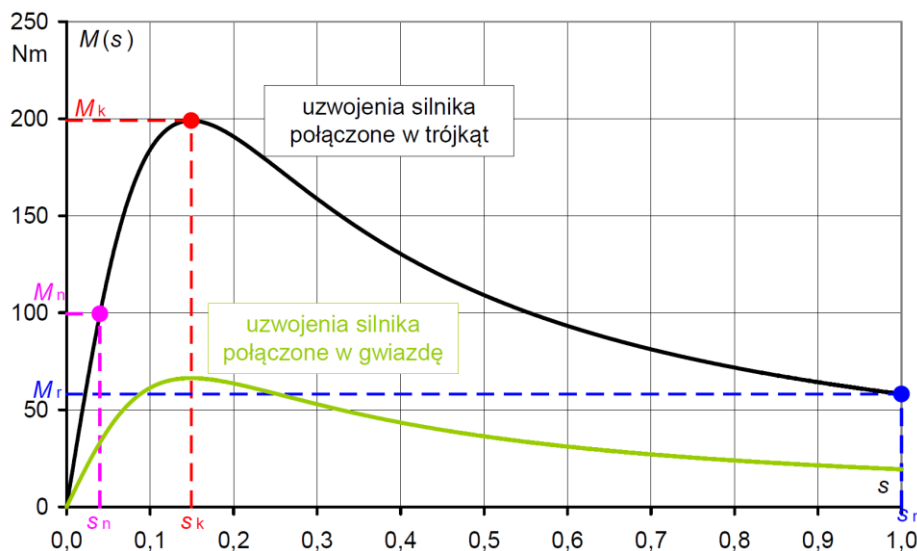
Znamionowa wartość momentu maksymalnego, przy połączeniu w trójkąt, wynosi

$$M_k = m_k \cdot M_n = 2,0 \cdot 99,48 = 199,0 \text{ Nm}. \quad (1.6)$$

Moment rozruchowy silnika, którego uzwojenia połączone są w trójkąt, oblicza się następująco

$$M_r^\Delta = \frac{2 \cdot M_k}{\frac{1}{s_k} + \frac{s_k}{1}} = \frac{2 \cdot 199,0}{\frac{1}{0,1493} + \frac{0,1493}{1}} = 58,13 \text{ Nm}. \quad (1.7)$$

Na podstawie wyżej wyznaczonych wartości, z zastosowaniem wzoru (1.1) wyznacza się charakterystykę mechaniczną silnika (rys. 1.1), gdy uzwojenia połączone są w trójkąt.



Rys. 1.1. Charakterystyki mechaniczne silnika

Wartość znamionowa natężenia prądu płynącego z sieci, przy połączeniu uzwojeń w trójkąt, wynosi

$$I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \eta_n \cdot \cos \varphi_n} = \frac{10 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,88 \cdot 0,75} = 21,87 \text{ A} . \quad (1.8)$$

Przy założeniu stałych parametrów schematu zastępczego silnika asynchronicznego, wartość prądu rozruchowego jest proporcjonalna do fazowego napięcia zasilania silnika

$$I_r = k_I \cdot U_f , \quad (1.9)$$

gdzie  $k_I$  – współczynnik proporcjonalności (odwrotność impedancji zwarcia silnika).

Zatem, przy połączeniu uzwojeń w gwiazdę (stan rozruchu) wartość prądu rozruchowego jest  $\sqrt{3}$  razy mniejsza od wartości prądu rozruchowego, przy połączeniu uzwojeń w trójkąt

$$I_r^Y = \frac{I_m^\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{104}{\sqrt{3}} = 60,04 \text{ A} . \quad (1.10)$$

Wartość momentu rozruchowego jest proporcjonalna do kwadratu fazowego napięcia zasilania silnika

$$M_r = k_M \cdot U_f^2 , \quad (1.11)$$

gdzie  $k_M$  – współczynnik proporcjonalności.

Zatem, przy połączeniu w gwiazdę (stan rozruchu) wartość momentu rozruchowego jest 3 razy mniejsza od momentu rozruchowego silnika z uzwojeniami połączonymi w trójkąt

$$M_r^Y = \frac{M_r^\Delta}{3} = \frac{58,13}{3} = 19,38 \text{ Nm} . \quad (1.12)$$

Odpowiedź:

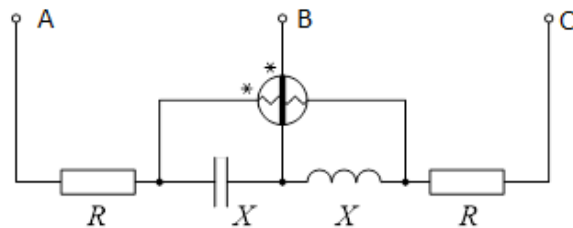
- 1) Natężenie prądu rozruchowego wynosi 60 A.
- 2) Moment rozruchowy silnika wynosi 19 Nm.
- 3) Charakterystyki mechaniczne silnika są przedstawione na rys. 1.1.
- 4) Stosunek natężenia prądu rozruchowego przy połączeniu w gwiazdę do prądu rozruchowego przy połączeniu w trójkąt wynosi 0,58.
- 5) Stosunek momentu rozruchowego przy połączeniu w gwiazdę do prądu rozruchowego przy połączeniu w trójkąt wynosi 0,33.

Zaletą zastosowania przełącznika gwiazda/trójkąt do rozruchu silnika jest obniżenie prądu rozruchowego  $\sqrt{3}$  razy.

Wadą zastosowania przełącznika gwiazda/trójkąt do rozruchu silnika jest obniżenie momentu rozruchowego 3 razy. Może być to przyczyną utknięcia silnika przy zbyt dużym momencie oporowym maszyny napędzanej silnikiem.

### Zadanie 2

Obwód, którego schemat przedstawiony został na rysunku 1, zasilany jest symetrycznym zgodnym systemem napięć trójfazowych o napięciu przewodowym  $U = 400$  V. Elementy występujące w obwodzie mają wartości  $R = X = 100 \Omega$ . Wyznaczyć wskazanie idealnego watomierza (zerowa rezystancja cewki prądowej i nieskończenie wielka – napięciowej). Naszkicować wykres fazorowy napięć i prądów.



Rys. 1.

### Rozwiązanie zadania 2

Wartości skuteczne napięć przewodowych symetrycznego systemu zgodnego to np.:

$$\underline{U}_{AB} = 400 \cdot e^{j120^\circ} \text{ V}, \quad \underline{U}_{BC} = 400 \cdot e^{j0^\circ} \text{ V}, \quad \underline{U}_{CA} = 400 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ V}. \quad (2.1)$$

Można zatem obliczyć wartości prądów  $\underline{I}_{AB}$  oraz  $\underline{I}_{BC}$ , odpowiednio:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{R - jX} = \frac{400 \cdot e^{j120^\circ}}{100 - j100} = 2,8284 \cdot e^{j165^\circ} \text{ A}, \quad (2.2)$$

$$\underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{R + jX} = \frac{400 \cdot e^{j0^\circ}}{100 + j100} = 2,8284 \cdot e^{-j45^\circ} \text{ A}. \quad (2.3)$$

Natężenie prądu, płynącego przez cewkę prądową watomierza, oblicza się następująco

$$\underline{I}_w = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = 2,8284 \cdot e^{-j45^\circ} - 2,8284 \cdot e^{j165^\circ} = 5,4640 \cdot e^{-j30^\circ} \text{ A}. \quad (2.4)$$

Napięcie na zaciskach cewki napięciowej watomierza, oblicza się następująco

$$\underline{U}_w = -jX \cdot \underline{I}_{AB} + jX \cdot \underline{I}_{BC} = -j100 \cdot 2,8284 \cdot e^{j165^\circ} + j100 \cdot 2,8284 \cdot e^{-j45^\circ}, \quad (2.5)$$

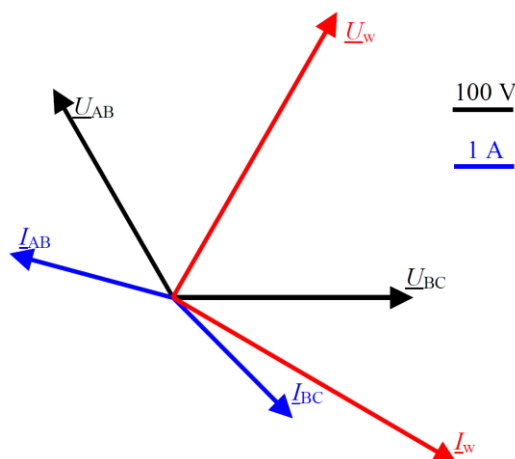
zatem

$$\underline{U}_w = 546,41 \cdot e^{j60^\circ} \text{ V}. \quad (2.6)$$

W związku z tym wskazanie watomierza można obliczyć następująco

$$P_w = \operatorname{Re}(\underline{U}_w \cdot \underline{I}_w^*) = \operatorname{Re}(546,41 \cdot e^{j60^\circ} \cdot 5,4640 \cdot e^{j30^\circ}) = 0 \text{ W}. \quad (2.7)$$

Na rysunku 2.1 przedstawiono wykres fazorowy prądów i napięć.



Rys. 2.1. Wykres fazorowy prądów i napięć

### Zadanie 3

Do pomiaru napięcia ok. 12 V można użyć dwóch woltomierzy:

- analogowego woltomierza technicznego klasy 1,5 o zakresie  $0 \div 15$  V,
- cyfrowego woltomierza trzycyfrowego o zakresie  $0 \div 99,9$  V i błędzie wynoszącym 0,2% wartości zmierzonej plus 3 jednostki ostatniej cyfry.

Który z tych dwóch przyrządów pomiarowych pozwoli określić podaną wartość napięcia z mniejszym błędem? Odpowiedź należy uzasadnić stosownymi obliczeniami.

### Rozwiązanie zadania 3

W zadaniu należy określić maksymalny błąd graniczny dla obu przyrządów, a następnie porównać otrzymane wyniki.

Ad a)

Dla miernika analogowego maksymalny błąd graniczny  $\Delta_{gr1}$  należy wyznaczyć ze wzoru

$$\Delta_{gr1} = \frac{\pm k}{100} \cdot U_{zakres}, \quad (3.1)$$

gdzie:

$k$  – klasa przyrządu analogowego,

$U_{zakres}$  – zakres pomiarowy przyrządu, na którym dokonywany jest pomiar.

Po podstawieniu do wzoru (3.1) otrzymuje się wartość

$$\Delta_{gr1} = \frac{\pm 1,5}{100} \cdot 15 = \pm 0,225 \text{ V}. \quad (3.2)$$

Ad b)

Dla miernika cyfrowego maksymalny błąd graniczny  $\Delta_{gr2}$  należy wyznaczyć ze wzoru

$$\Delta_{gr2} = \pm (0,2\% \cdot U_{zmierz} + 3 \cdot D), \quad (3.3)$$

gdzie:

$U_{zmierz}$  – wartość zmierzona napięcia,

$D$  – rozdzielczość zakresu pomiarowego, na którym dokonywany jest pomiar.

Po podstawieniu do wzoru (3.3) danych otrzymuje się

$$\Delta_{gr2} = \pm \left( \frac{0,2}{100} \cdot 12 + 3 \cdot 0,1 \right) = \pm 0,324 \text{ V}. \quad (3.4)$$

Porównując otrzymane wyniki okazuje się, że mniejszy błąd pomiaru wystąpi, gdy wybrany zostanie przyrząd analogowy, albowiem jego maksymalny bezwzględny błąd graniczny  $\Delta_{gr1} = \pm 0,225$  V i jest mniejszy niż błąd bezwzględny multimetru cyfrowego  $\Delta_{gr2} = \pm 0,324$  V.

#### Zadanie 4

Udowodnić prawidłowość definicji 1 A (obowiązującej w systemie metrycznym SI), która brzmi następująco:

„Amper to natężenie prądu stałego, który przepływając w dwóch przewodach równoległych, prostoliniowych, o długości nieskończonej, o przekroju okrągłym, znikomo małym, umieszczonych w próżni, w odległości 1 m jeden od drugiego, wytwarza między tymi przewodami siłę równą  $2 \cdot 10^{-7}$  N na 1 m długości”.

Przenikalność magnetyczna próżni  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$ .

#### Rozwiązanie zadania 4

Każdy z tych dwóch przewodów wytwarza pole magnetyczne. Indukcję magnetyczną  $B_1$  pola magnetycznego wokół przewodu 1, można określić wzorem

$$B_1 = \mu_0 \cdot H_1, \quad (4.1)$$

gdzie:

$\mu_0$  – przenikalność magnetyczna próżni równa,

$H_1$  – natężenie tego pola magnetycznego, określone wzorem

$$H_1 = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}, \quad (4.2)$$

gdzie:

$I$  – prąd przepływający przez przewód,

$r$  – odległość między przewodami.

Podstawiając wzór (4.2) do (4.1) otrzymuje się nowe wyrażenie na indukcję pola magnetycznego

$$B_1 = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}. \quad (4.3)$$

Między przewodami działa siła Ampera’a, którą można zapisać jako

$$F = B_1 \cdot I \cdot l, \quad (4.4)$$

gdzie  $l$  – długość przewodu.

Wyznaczając ze wzoru (4.4) zależność na natężenie prądu, następnie podstawiając za indukcję wyrażenie (4.3) otrzymuje się wzór

$$I = \frac{F \cdot 2 \cdot \pi \cdot r}{\mu_0 \cdot I \cdot l}, \quad (4.5)$$

z którego wynika bezpośrednio wzór na natężenie prądu

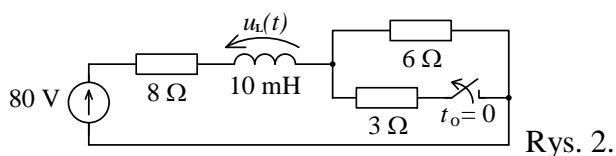
$$I = \sqrt{\frac{F \cdot 2 \cdot \pi \cdot r}{\mu_0 \cdot l}}. \quad (4.6)$$

Podstawiając dane, otrzymuje się

$$I = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}} = 1 \text{ A}. \quad (4.7)$$

#### Zadanie 5

Na rysunku 2 przedstawiono schemat obwodu elektrycznego. Przed komutacją łącznika, która wystąpiła w chwili  $t_0 = 0$ , w obwodzie elektrycznym występował stan ustalony. Wyznaczyć  $u_L(0^+)$ , czyli wartość początkową napięcia na idealnej cewce (tuż po otwarciu łącznika).



Rys. 2.

### Rozwiązanie zadania 5

Jeżeli przed komutacją ( $t < t_0$ ) w obwodzie panuje stan ustalony, to natężenie prądu płynącego przez cewkę oblicza się następująco (łącznik zwarty)

$$i_L(t) = \frac{80}{8 + \frac{6 \cdot 3}{6 + 3}} = 8,00 \text{ A} . \quad (5.1)$$

Z prawa komutacji wynika, że natężenie prądu płynącego przez cewkę nie może się zmieniać skokowo, zatem musi zachodzić następująca zależność

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 8,00 \text{ A} . \quad (5.2)$$

Zatem, dla konkretnej chwili  $0^+$  (łącznik otwarty), idealna cewka działa tak, jakby było to idealne źródło prądu o natężeniu równym  $i_L(0^+)$ . Wówczas napięcie na zaciskach idealnego źródła prądu jest napięciem  $u_L(0^+)$ , wyrażonym wzorem

$$u_L(0^+) = 80 - (8 + 6) \cdot i_L(0^+) = 80 - (8 + 6) \cdot 8,00 = -0,03 \text{ kV} . \quad (5.3)$$

### Zadanie 6

Dana jest prądnica synchroniczna 3-fazowa z wirnikiem cylindrycznym o danych znamionowych: moc pozorna  $S_n = 10,0 \text{ kVA}$ ; napięcie twornika  $U_{an} = 231 \text{ V (Y)}$ ; prąd twornika  $I_{an} = 25,0 \text{ A}$ ; rezystancja twornika  $R_a = 0,340 \Omega$ ; reaktancja synchroniczna  $X_s = 5,91 \Omega$ ; częstotliwość  $f_n = 50,0 \text{ Hz}$ ; prędkość synchroniczna  $n_s = 1500 \text{ obr/min}$ ; współczynnik mocy  $\cos \varphi_n = 0,8_{\text{ind}}$ ; napięcie wzbudzenia  $U_{fn} = 30,0 \text{ V}$ ; prąd wzbudzenia  $I_{fn} = 10,0 \text{ A}$ , rezystancja wzbudzenia  $R_f = 2,20 \Omega$ .

Obliczyć zmienność napięcia dla obciążenia znamionowego ( $\cos \varphi = 0,8_{\text{ind}}$ ).

W obliczeniach należy: pominąć rezystancję twornika, ze względu na jej znacznie mniejszą wartość w stosunku do reaktancji synchronicznej, założyć stałą wartość prądu wzbudzenia oraz pominąć zjawisko nasycenia obwodu magnetycznego.

### Rozwiązanie zadania 6

Przez zmienność napięcia rozumie się różnicę napięć, jaka występuje przy przejściu od stanu obciążenia znamionowego do stanu biegu jałowego. Wyraża się ją jako wartość względną (w procentach) – w stosunku do napięcia znamionowego

$$\Delta U_{an\%} = \frac{E_{aon} - U_{an}}{U_{an}} \cdot 100\% , \quad (6.1)$$

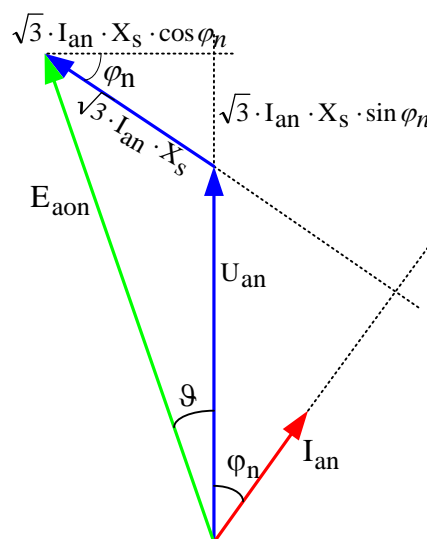
gdzie:

$E_{aon}$  – SEM indukowana w uzwojeniu twornika strumieniem głównym (wzbudzenia),

$U_{an}$  – napięcie na zaciskach uzwojenia twornika dla warunków z obciążeniem.

Przy braku obciążenia,  $E_{aon}$  równa jest napięciu na zaciskach uzwojenia twornika.

Punktem wyjścia do obliczeń jest sporządzenie wykresu fazorowego (dla przewodowych wielkości napięć i prądów) dla zadanego charakteru obciążenia prądnicy. W maszynach synchronicznych zwykle pomija się rezystancja twornika, ze względu na jej znacznie mniejszą wartość w stosunku do reaktancji synchronicznej. Do rozważanego przypadku  $R_a \ll X_s$ . Wykres fazorowy przedstawiono na rysunku 6.1.



Rys. 6.1. Wykres fazorowy prądów i napięć

W oparciu powyższy wykres wyznacza się następujące równania

$$E_{aon} = \sqrt{(U_{an} + \sqrt{3} \cdot I_{an} \cdot X_s \cdot \sin \varphi_n)^2 + (\sqrt{3} \cdot I_{an} \cdot X_s \cdot \cos \varphi_n)^2} . \quad (6.2)$$

Podstawiając odpowiednie wartości otrzymujemy

$$E_{aon} = \sqrt{(231 + \sqrt{3} \cdot 25,0 \cdot 5,91 \cdot 0,6)^2 + (\sqrt{3} \cdot 25 \cdot 5,91 \cdot 0,8)^2} = 435,65 \text{ V} . \quad (6.3)$$

Podstawiając do wzoru na zmienność napięcia otrzymujemy

$$\Delta U_{an\%} = \frac{435,65 - 231}{231} \cdot 100\% = 88,6\% . \quad (6.4)$$